

О МАТЕМАТИКЕ И МАТЕМАТИКАХ

Александр Берлин

Вступление

Изучая и применяя достижения великих математиков, невольно знакомишься с их биографиями и судьбами идей и их открытий. Картина напоминает яркий калейдоскоп. Но вдруг возникает понимание трудности людей, избравших такой путь, почти неизбежное непонимание и даже отрицание открытий и неожиданное последующее мнение, что это просто и очевидно. Для последующих поколений нет загадок и сомнений (и что тут необычного?). Когда, входя в дом, ты включаешь электрическую лампочку, чего тут сложного - нажми выключатель. Ничего сложного и непонятного в том, что ты можешь получать любую информацию, которая тебя интересует, пользуясь устройством, лежащим в кармане. И используя научные достижения прошлого, можно не выворачивать себе мозги дискуссией о теории поля, или возможности создания жидких кристаллов.

Но кто-то же это делал, ломал привычный “здоровый смысл” и тратил свои годы непонятно почему. Этому легко находится объяснение – люди гнались за славой, так хочется стать знаменитым и войти в историю человечества. Но, как говорит та же история, не сделано ни одного открытия человеком, который начинал работу с расчёта, сколько он получит денег или славы за свое открытие. Были весёлые и ироничные учёные, но всё равно результат приходил после многих лет трудной работы, а озарение наступало только после большого накопления знаний. Однако, наука знает массу примеров, когда признание наступало через и много лет после смерти автора.

То, что написано в этих этюдах, нельзя считать историческим исследованием. Это всё, что “налипло” за время долгого плаванья по морям научных исследований. Так что, если будет обнаружено совпадение с ранее изданным материалом, то автор с удовольствием поставит ссылку. Если кто-то найдет ошибку, большое спасибо и она, по возможности, будет исправлена.

Это размышления автора о том, на что можно тратить годы жизни.

1. Эрнест Галуа. Судьба научного открытия.

Галуа - великий французский математик (1811-1832), его судьба и судьба его открытий была самой трагичной во всей истории математики. Он погиб на дуэли, которая состоялась между ним и его друзьями. Причина дуэли была определена сразу и формально она связана с любовной интригой.

В возрасте 17 лет Галуа взялся за одну из самых трудных в математике проблем, которая сто с лишним лет заводила учёных в тупик. Свою первую статью в той области, которая в дальнейшем превратится в теорию групп, Галуа представил во Французскую академию наук 25 мая 1829 года, незадолго до окончания лицея. Но она не была опубликована.

Дело в том, что рецензентом назначили Огюстена Луи Коши — самого известного в ту пору французского математика, который был верным сторонником консервативной реставрации. Коши уже занимался комбинаторикой, предшественницей теории групп; позднее он написал много работ, посвящённых теории групп. Распространена версия, что Коши потерял, забыл или выбросил рукопись Галуа, но больше похоже на правду, что Коши, понимая её значение, обращался с ней бережно. Действительно, из письма, обнаруженного Татоном в 1971 году в архивах Академии, явствует, что 18 января 1830 года Коши намеревался выступить на заседании Академии с изложением результатов Галуа. Коши писал: «Сегодня я должен был представить Академии отчёт о работах Галуа... Я

болен и остался дома. Сожалею, что не имею возможности присутствовать на сегодняшнем заседании, и хотел бы, чтобы вы включили в расписание следующего заседания моё выступление по вышеуказанному предмету». Однако на следующей неделе, когда Коши выступал перед Академией со своим собственным докладом, он не представил работу Галуа. Почему так получилось — остаётся предметом догадок. По мнению исследователей, Коши настаивал на том, чтобы Галуа расширил свою статью и представил её на соискание высшей награды Академии по математике. Это предположение не подтверждается документами.

Статья была послана постоянному секретарю Академии Жану Батисту Фурье - математику, разработавшему метод анализа, который ныне называют анализом Фурье. Однако в мае Фурье умер, и рукопись Галуа среди его бумаг не нашли. Впоследствии Галуа приписывал своё невезение козням со стороны Академии, обвиняя конкурсную комиссию в произволе, и что его работу отклонили только из-за того, что он не окончил высшего учебного заведения (менее чем через два месяца ему снова предстояло держать вступительный экзамен в Политехнический институт). Наиболее вероятной является версия, что его работа, содержащая сложные доказательства не распространённые в то время, была просто не понята.

Несмотря на неудачи, Галуа продолжал плодотворно работать и начал публиковать свои труды в *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques*, издававшемся бароном Феруссаком, — менее видном издании, чем публикации Академии наук. Из его статей ясно, что в 1830 году он ушёл далеко вперёд в исследовании условий, определяющих разрешимость уравнений, хотя ещё и не получил полного решения этой проблемы. В январе 1831 года он завершил работу и, следуя настоятельным советам математика Симеона Дени Пуассона, представил её в Академию наук. Эта статья — самая значительная работа Галуа, и тот факт, что она вышла в свет более чем за год до дуэли, лишает смысла историю о том, что все свои работы по теории групп Галуа написал за одну ночь.

В 1829 году центральной проблемой теории уравнений был вопрос - при каких условиях алгебраическое уравнение можно разрешить? Точнее, каким должен быть метод решения уравнения с одним неизвестным x , все коэффициенты которого являются рациональными числами, причём член наивысшей степени равен x^n ? Метод должен быть общим и применяться ко всем подобным уравнениям и должен включать лишь четыре элементарные операции (сложение, вычитание, умножение и деление) и операцию извлечения корня. Если решения (корни) уравнения можно получить из коэффициентов уравнения только при помощи этих операций, то говорят, что уравнение разрешимо в радикалах.

До Галуа почти триста лет никому не удавалось решить в радикалах общее уравнение пятой степени или выше. Многие математики склонялись к мысли, что общее решение такого вида невозможно, хотя в частных случаях, например в случае уравнения $x^7 - 2 = 0$, решение можно найти в радикалах. (В этом примере одно из решений — это $\sqrt[7]{2}$.) Галуа нашёл окончательные критерии, которые позволили определить, существует ли решение данного уравнения в радикалах. Пожалуй, методы, которые Галуа разработал для решения этой проблемы, ещё более замечательны, чем собственно открытия в теории уравнений. Его исследования привели к теории, называемой ныне теорией групп, приложения которой далеко выходят за рамки теории уравнений (Поля Галуа).

В ночь перед дуэлью Галуа написал своему другу Огюсту Шевалье: «Я открыл в анализе кое-что новое. Некоторые из этих открытий касаются теории уравнений, другие — функций, определяемых интегралами. В теории уравнений я исследовал, в каких случаях уравнения разрешаются в радикалах, что дало мне повод углубить эту теорию и описать все возможные преобразования уравнения, допустимые даже тогда, когда оно не решается в радикалах. Из этого можно сделать три статьи. Обратись публично к Якоби и Гауссу и

попроси их высказать своё мнение, но не о верности теорем, а об их значении. Я надеюсь, что после этого найдутся люди, которые сочтут для себя полезным навести порядок во всей этой неразберихе».

Стоит привести здесь описание этой последней ночи, данное Беллом, поскольку именно оно, по-видимому, более всего способствовало распространению мифа о Галуа: «Всю ночь напролёт он лихорадочно делал наброски своего научного завещания, тщательно собирая по частицам сокровища своего ума, писал, стараясь всё успеть перед смертью, неотвратимость которой была ему очевидна. Снова и снова он принимался царапать на полях: «У меня нет времени, у меня нет времени», — и переходил к следующей мысли. То, что он записал в эти последние полные отчаяния часы перед рассветом, даст пищу для размышления поколениям математиков на сотни лет».

Заметки на полях одной из статей, оставленных Галуа перед смертью - это наиболее известный документ, который цитируется в подтверждение той версии, что Галуа записал свои мысли о теории групп в ночь перед дуэлью. С левой стороны листа написано: «Доказательство нуждается в некотором дополнении. У меня нет времени (примечание автора)».

По мнению некоторых исследователей фраза «У меня нет времени» часто встречается в рукописях. В действительности воспроизведённая здесь страница — единственное место, где есть эта фраза. Торопливый почерк, каким она написана, резко контрастирует с аккуратными строчками основного текста. Это и уже упомянутая опубликованная статья даёт основание предполагать, что в ночь перед дуэлью Галуа не писал эту статью, а только редактировал её.

Четырнадцать лет спустя рукописи, которые Галуа оставил для Шевалье, опубликовал французский математик Жозеф Лиувиль. Эти статьи положили начало необыкновенно плодотворной ветви математики, названной теорией групп (поля Галуа).

2. Эрнест Галуа. Модель политического убийства.

В середине марта 1832 года, из-за свирепствовавшей тогда в Париже эпидемии холеры, Галуа перевели из тюрьмы св. Пелагеи в частную лечебницу Фолтрие. По-видимому, именно здесь он и встретил Стефани Дю Мотель, дочь, одного из врачей лечебницы Фолтрие. Возможно, отказ с её стороны стал главной причиной трагической гибели молодого революционера.

Роман был коротким. Кто же была эта женщина? 25 мая, за шесть дней до смерти, в письме к Огюсту Шевалье Галуа намекает, что его роман оборвался: «Но как изгладить следы той бури страстей, через которую я прошёл? Как утешиться, когда за один месяц исчерпан до дна источник самого сладостного блаженства, отпущенного человеку, когда он выпит без радости и без надежды, когда знаешь, что он иссяк навсегда?»

Перед дуэлью Галуа получил два письма оба они подписаны «Стефания Д.», в них упоминалась какая-то ссора, в которой он, видимо, был виновен более, чем сам это признавал. Первое письмо начинается так: «Пожалуйста, давайте порвём наши отношения. У меня нет сил, продолжать с Вами переписку, но я попытаюсь обсудить с Вами всё, как я делала до того, как всё это случилось...».

В предрассветные часы 30 мая 1832 года необыкновенно одарённый двадцатилетний математик Эрнест Галуа писал своим друзьям Лебону и Делонэ: «Меня вызвали на дуэль два патриота. Я не мог отказаться. Простите, что я не дал знать никому из вас. Противники взяли с меня честное слово, что я не предупрежу никого из патриотов. Ваша задача очень проста: вам надо подтвердить, что я дрался против воли, т.е. после того, как были исчерпаны все средства, мирно уладить дело, и что я не способен лгать даже в таком пустяке, как тот, о котором шла речь. Не забывайте меня! Ведь судьба не дала мне прожить столько, чтобы мое имя узнала родина. Умираю Вашим другом. Э. Галуа».

Рано утром 30 мая около пруда Гласьер в Жантйи Галуа был смертельно ранен на дуэли, формально связанной с уже упомянутой любовной интригой. Противники стреляли друг в друга из пистолетов на расстоянии нескольких метров. Пуля попала Галуа в живот. Несколько часов спустя один из местных жителей случайно наткнулся на раненого, и отвёз его в больницу Кошен. Обстоятельства дуэли выяснить не удалось, неясно даже, с кем именно был поединок. В десять часов утра 31 мая 1832 года Галуа скончался, похоронен 2 июня 1832 года на Монпарнасском кладбище.

Лионская либеральная газета "*Прекюрсер*" в номере от 4 июня поместила следующее сообщение: "*Париж, 1 июня*. Вчера злосчастная дуэль отняла у науки юношу, подававшего самые блестящие надежды. Увы, его преждевременная известность связана только с политикой. Молодой Эрнест Галуа, подвергшийся год тому назад судебному преследованию за тост, произнесенный, во время банкета в "*Ванданж де Бургонь*", дрался на дуэли с одним из своих юных друзей. Оба молодых человека - члены Общества друзей народа и оба фигурировали в одном и том же политическом процессе. Есть сведения, что дуэль была вызвана какой-то любовной историей. Противники избрали в качестве оружия, пистолеты. Когда-то они были друзьями, поэтому сочли недостойным целиться друг в друга и решили положиться на судьбу. Стреляли в упор, но из двух пистолетов заряженным был только один. Пуля ранила Галуа навывлет. Его перенесли в больницу Кошен, где он умер спустя два часа. Галуа исполнилось двадцать два года, его противнику Л. Д. чуть меньше".

За исключением ошибок в возрасте, статья вполне правдоподобна. В политическом процессе вместе с Галуа участвовал только один республиканец – Дюшатле. Имеются подозрения, что конфликт был спровоцирован роялистами. И первое обстоятельство заключается в том, что раненный участник дуэли был брошен противниками и даже секундантами. Далее известно, что в своих мемуарах префект полиции времен Июльской монархии Андре Жиске (1792—1866) писал: «Нужно было убрать зачинщиков. Посеять среди них ненависть и раздор. Пусть убивают друг друга на дуэлях, в кровавых драках. Если кое-кто умрёт от случайной пули, никто не узнает, кто её послал и откуда. Нужно иметь в распоряжении женщин — хорошеньких и опасных. Посеем среди республиканцев ревность, измену, недоверие, неприязнь. И, ей-богу, мы сами доберёмся до тех, кто нам нужен, если нас не в состоянии выручить суд. Их мужество дрогнет. Сама жизнь станет им не мила. Под давлением снаружи они начнут разлагаться изнутри. Как только одни вожаки будут ликвидированы, а другие потеряют авторитет, чернь утихнет. Некому будет её подстрекать. И тогда власть будет в наших руках. Нам это нужно — стало быть, так и будет. Всё должно быть сделано так, чтобы и сто лет спустя ничего нельзя было бы обнаружить. Никаких документов. Никаких бумаг. Никаких формальностей. Стоит только оппозиции пронюхать что-нибудь — мы погибли».

Недавно в архиве обнаружен текст выступления Александра Михайловича Левенко «К 150-летию гибели А. С. Пушкина», состоявшегося 14 октября 1986 года на собрании Ленинградского клуба любителей истории. Этот материал ещё не потерял своей актуальности. «Тотальная система улавливания душ была на этом этапе «новой истории», возведена чуть ли не в степень искусства шефом полиции мосье Фуше при Бонапарте, а при Бурбонах - последышах Людовике XVIII и Карле X – отошла в ведение иезуитской Конгрегации. Создают всеохватную пасть, которая совершает подлое дело, но выходит пречистенькой из «праведной крови» поэтов и вольнодумцев. Сама метода убийства, отработанная до автоматизма на огромном числе прецедентов логически проистекла из всеевропейского бешенства властителей против мыслителей, особенно против тех писателей, кто проникал в зловещие и гнусные тайны режима... Применялась «поддуэльная модель» – то бишь, деланная под дуэль, которая, либо вовсе не оставляла по себе документов, либо оставляла сфальсифицированные и обрывочные данные».

Префект полиции при короле французов Луи-Филиппе Орлеанском, мосье Жиске, и шеф российских жандармов граф Бенкендорф сделали всё, чтобы и поздние потомки не

доискались до истины в двух «выдающихся» злодеяниях. По два выстрела прогремело: близ Парижа, в лесу Жантильи, а спустя девять лет, и на расстоянии в 700 лье – близ Пятигорска, у подошвы Машука. Но оба погибших – не стреляли. Стреляли убийцы – в упор, а мнимые секунданты разрядили в воздух пистолет убиенных, дабы создать, согласно «сценарию» для непрошенных «ушей», акустическую картину поединка. А засим скрылись с места злодеяния и, под диктовку «охранки», державшей их на крючке неких неблагоприятных поступков, стали лепить липу о содеянном...

Итак, подведём итоги методики политического убийства.

1. Указание на политическое убийство делается без документирования. (См принципы Жиске “Никаких документов. Никаких бумаг. Никаких формальностей)..
2. Сочиняется сценарий который, позволяет либо вовсе не оставить по себе документов, либо оставить сфальсифицированные и обрывочные данные. Обычно это сфальсифицированные истории о любви и ревности.
3. Подбираются исполнители этого сценария и им обеспечиваются условия его выполнения (никто и ничто не должно помешать во время проведения убийства).

Читатель может сам сделать выводы. Какие параллели имеются между историческими событиями и современностью?

3. Ферма. Теория Вероятностей.

Теория вероятностей зародилась в ходе переписки Паскаля с Ферма. Блез Паскаль в 1653 году путешествовал со своими друзьями, среди них был шевалье (кавалер) де Мере. Настоящее имя шевалье де Мере было Антуан Гомбо (1607 - 1684 гг.). Он был писателем и в своих произведениях выступал от имени персонажа “Шевалье де Мере”. Поэтому в своей переписке с Ферма Паскаль использовал это имя.

Шевалье де Мере, был страстным игроком в кости. Он всячески старался разбогатеть при помощи игры и для этого придумывал разные усложнённые правила, которые, как ему казалось, приведут его к цели. В то время стремление разбогатеть при помощи азартных игр охватывало, как болезнь, многих людей.

Во время этого путешествия де Мере задал Паскалю два вопроса об азартных играх.

Первый вопрос Шевалье де Мере касался азартной игры в кости. Де Мере придумал, в частности, такие правила игры. Он предлагал бросить одну кость четыре раза подряд и бился об заклад, что при этом хотя бы один раз выпадет 6. Если же этого не случилось, то выигрывал его противник. Де Мере предполагал, что он будет чаще выигрывать, чем проигрывать, но всё же обратился к Блезу Паскалю с просьбой рассчитать, какова вероятность выигрыша в придуманной им игре. Паскаль направил это вопрос Ферма и сам начал решать эту задачу. Решение этой задачи у них “изумительно” совпало. Оно заключается в следующем.

При каждом отдельном бросании вероятность выпадения 6 равняется $1/6$. Вероятность же того, что не выпадет 6 очков, равна $5/6$. Далее, пусть мы бросим кость дважды. Повторим опыт, состоящий в двукратном бросании кости. Тогда наша вероятность в $5/6$ увеличится в квадрате и будет составлять $25/36$. Точно так же показывается, что вероятность того, что ни разу не выпадет 6 при трёхкратном бросании кости, равна $125/216$ (уже в кубе). Наконец, вероятность того, что при четырёхкратном бросании ни разу не выпадет 6, равна $625/1296$ (в четвёртой степени). Таким образом, для рыцаря де Мере вероятность проигрыша была равна $625/1296$, то есть меньше $1/2$.

Следовательно, вероятность выигрыша была больше половины. Значит, при каждой игре больше половины шансов было за то, что Шевалье выиграет; при многократном же повторении игры он почти наверное, оказывался в выигрыше.

Второй вопрос был “о разделении ставки”. Два игрока играют и они договорились, что тот, кто первым выиграет 6 партий, получит весь приз. Предположим, что на самом деле игра остановилась, до того, как один из них выиграл приз (например, первый игрок выиграл 5 партий, второй - 3). Как справедливо следует разделить приз? Большинство математиков (16-17в) считали, что в отношении 5:3, один из - Тарталья считал, что 2:1. Паскаль и Ферма установили, что 7:1.

Для того, чтобы выиграл игрок с меньшим количеством очков максимально нужно будет сыграть 3 партии. У каждой партии есть два исхода (выиграл первый игрок, выиграл второй), таким образом из 8 вариантов только один приводит к выигрышу второго игрока.

В последовавшем обмене письмами Паскаль и Ферма заложили основы теории вероятностей. Первое письмо Паскаля датируется 29 июля 1654 года, второе — 24 августа и третье (всего несколько строк)—27 октября 1654 года. Как уже говорилось выше, письма посвящены, двум вопросам Шевалье де Мере.

Мы приведём здесь несколько начальных строк первого письма, из которых читатель сможет сам составить представление о содержании и стиле писем.

«Дорогой г-н Ферма! Мной овладело нетерпение, и, хотя я ещё нахожусь в постели, мне трудно удержаться от того, чтобы не взять перо и не сообщить Вам, что вчера вечером мне передали Ваше письмо о справедливом разделе ставки, которое привело меня в неописуемый восторг. Не стану растягивать вступления и скажу сразу: Вы вполне правильно решили задачу о костях и задачу, о справедливом разделе ставки. Для меня это большая радость, поскольку теперь, когда мы получили столь изумительно совпадающий результат, я больше не сомневаюсь в собственной, правоте. Метод, к которому Вы прибегли, решая проблему деления, восхитил меня ещё больше, чем решение задачи об игре в кости. Многие, и среди них сам Шевалье де Мере, удачно ответили на последний заданный вопрос. Но де Мере не смог правильно решить задачу о разделе ставки, он даже не смог подступиться к этому вопросу, так что до сих пор я был единственным, кто знал правильное соотношение раздела.

Ваш метод вполне надёжен, в своё время, когда, я сам начал размышлять над указанным вопросом, я тоже шёл подобным путём. Однако подсчёт различных встречающихся комбинаций утомителен, и поэтому позднее мне удалось найти другой, более простой и изящный метод, о котором мне и хотелось бы Вам рассказать. Я и впредь хотел бы по мере возможности делиться с Вами своими мыслями. Я более не сомневаюсь в правильности полученного мной результата, так как он удивительным образом совпадает с найденным Вами. Как я вижу, истина едина и для Тулузы, и для Парижа».

Эти письма посвящены только двум задачам де Мере, общие же проблемы теории вероятностей в них не затрагиваются, не упоминается даже само слово «вероятность».

Именно с переписки Ферма и Паскаля (1654), в которой они, в частности, пришли к понятию математического ожидания и теоремам сложения и умножения вероятностей, отсчитывает свою историю эта замечательная наука. Результаты Ферма и Паскаля были приведены в книге Гюйгенса «О расчётах в азартной игре» (1657), первом руководстве по теории вероятностей.